Optique – Chapitre 2

Modèle scalaire des ondes lumineuses

I. Limites de l'optique géométrique . . . 1
I.1. Cas de la diffraction . . . 1
I.2. Cas des interférences . . . 2
II. Description ondulatoire de la lumière . . . 3
II.1. Notion de vibration scalaire . . . 3
II.2. Onde sphérique et onde plane . . . 3
II.3. Chemin optique . . . 4
II.4. Déphasage dû à la propagation . . . 4
II.5. Théorème de Malus . . . 4
II.6. Conséquence du stigmatisme . . . 5
III. Sources lumineuses et capteurs . . . 5
III.1. Largeur spectrale d'une source lumineuse réelle . . . 5
III.2. Modèle des trains d'onde . . . 6
III.3. Intensité lumineuse mesurée par un capteur . . . 7

I. Limites de l'optique géométrique

L'optique géométrique, basée sur la notion de rayons lumineux, permet de décrire la plupart des phénomènes optiques tels que la formation d'une image à l'aide d'une lentille ou la dispersion de la lumière par un prisme. Cependant, elle ne permet pas d'expliquer certains phénomènes tels que la diffraction et les interférences, pour lesquels il est nécessaire d'aborder une description de la lumière en terme d'ondes, c'est le principe de l'**optique ondulatoire**.

I.1. Cas de la diffraction

On considère l'expérience ci-dessous, où un trou est éclairé par une source lumineuse monochromatique.

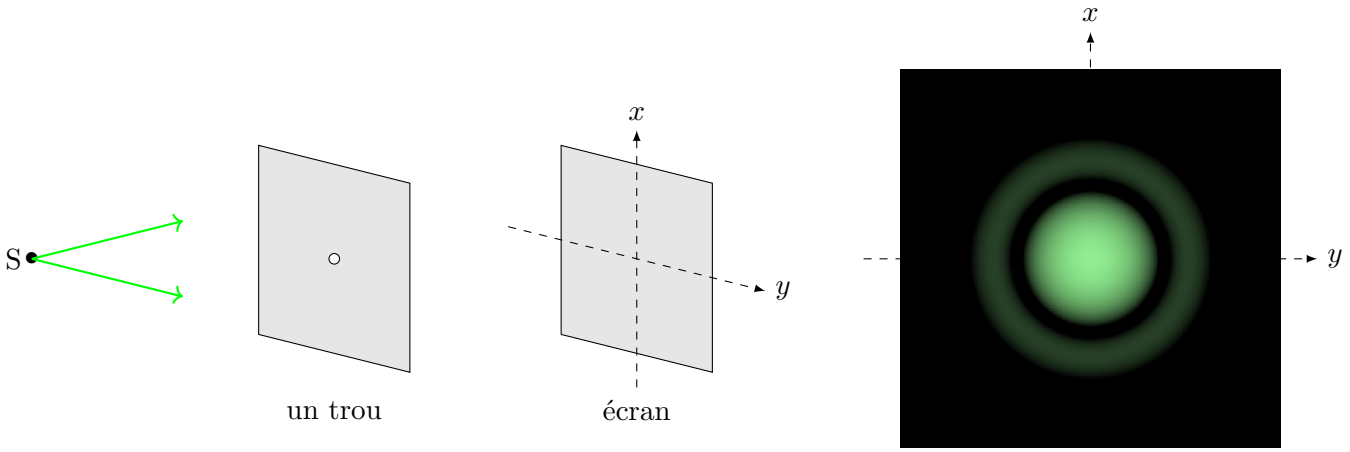


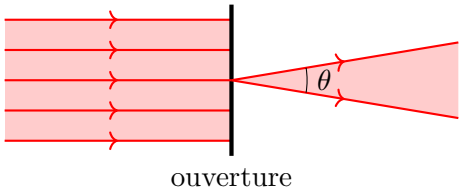
figure observée sur l'écran

On observe un disque brillant au centre de l'écran, plus large que le trou éclairé, et entouré d'anneaux brillants concentriques. Il s'agit d'un phénomène de **diffraction**, qui ne peut pas s'expliquer dans le cadre de l'optique géométrique, pour laquelle on s'attendrait à observer simplement un point brillant de la taille du trou.

Le phénomène de diffraction n'est pas spécifique aux ondes lumineuses, on peut l'observer avec tout type d'ondes : ondes mécaniques à la surface de l'eau, ondes acoustiques...

Plus généralement, le passage d'une onde de longueur d'onde λ à travers une ouverture de taille caractéristique d génère un étalement de l'onde en sortie selon un angle d'ouverture θ tel que :

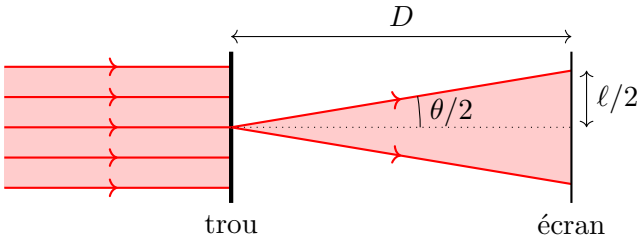
$$\boxed{\theta \sim \frac{\lambda}{d}}.$$



On en déduit que la figure de diffraction observée sur l'écran est d'autant plus large que l'ouverture est petite.

Application :

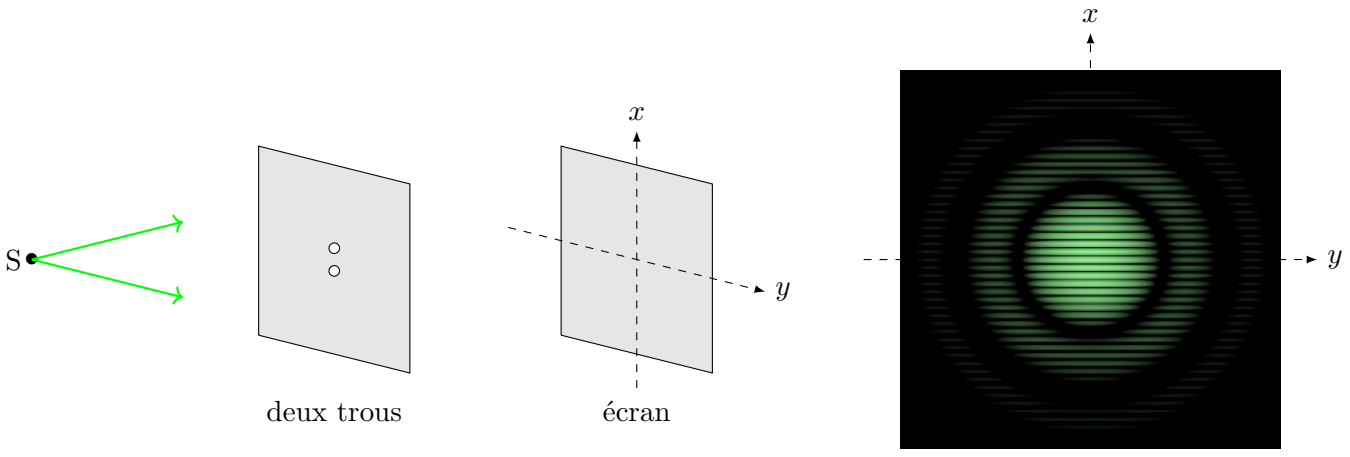
En ordre de grandeur, déterminons la largeur ℓ de la figure de diffraction observée sur un écran situé à une distance $D = 4\,\text{m}$ d'un trou de rayon $R = 0{,}2\,\text{mm}$ qui est éclairé par un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 633\,\text{nm}$.



L'angle d'ouverture vérifie géométriquement : $\tan\left(\dfrac{\theta}{2}\right) = \dfrac{\ell/2}{D}$, d'où : $\ell = 2\,D\tan\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$, avec $\tan\left(\dfrac{\theta}{2}\right) \approx \dfrac{\theta}{2}$ comme l'angle est petit, et $\theta \sim \dfrac{\lambda_0}{2\,R}$ en ordre de grandeur, soit : $\ell \sim \dfrac{D\,\lambda_0}{2\,R} = 6\,\text{mm}$.

I.2. Cas des interférences

On considère l'expérience ci-dessous, appelée **expérience des trous d'Young**, où deux trous sont éclairés par une source lumineuse monochromatique.



On observe la même figure de diffraction que précédemment, mais celle-ci présente une succession de franges brillantes et de franges sombres. En plus de la diffraction, on observe un phénomène d'**interférences**, qui ne peut pas s'expliquer dans le cadre de l'optique géométrique, même en admettant le phénomène de diffraction car on s'attendrait alors à observer la superposition de deux figures de diffraction composées de disques et d'anneaux.

Nous étudierons en détail la figure d'interférences obtenue avec cette expérience dans le prochain chapitre. Pour cela, nous devons préalablement présenter les notions permettant une description ondulatoire de la

lumière.

II. Description ondulatoire de la lumière

II.1. Notion de vibration scalaire

La lumière est une **onde électromagnétique**, c'est-à-dire qu'elle est composée d'un champ électrique $\vec{E}(M,t)$ couplé à un champ magnétique $\vec{B}(M,t)$. Nous verrons en électromagnétisme que ces deux champs sont proportionnels entre eux dans le cas d'une onde plane progressive, il suffit donc de caractériser l'un de ces champs pour caractériser totalement l'onde lumineuse.

Dans le cadre du **modèle scalaire des ondes lumineuses**, on décrit une onde lumineuse en un point M à un instant t à l'aide de sa **vibration scalaire** $s(M,t)$ qui correspond à une composante de son champ électrique $\vec{E}(M,t)$. Nous ne chercherons donc pas à caractériser le champ magnétique par la suite.

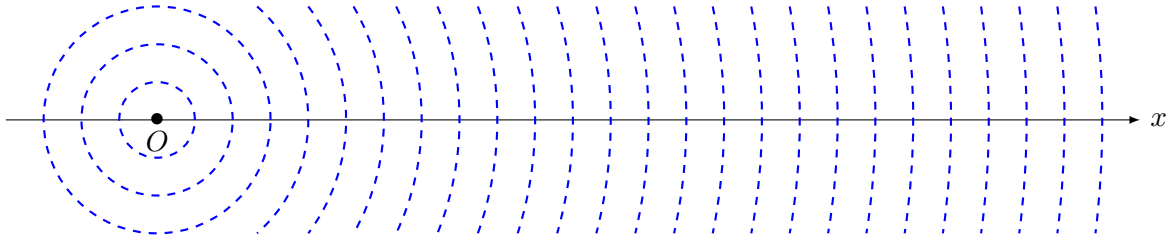
II.2. Onde sphérique et onde plane

Une **surface d'onde** est une surface continue de l'espace sur laquelle la vibration scalaire $s(M,t)$ est uniforme à chaque instant.

On distingue principalement deux types d'ondes :

- les **ondes sphériques** pour lesquelles les surfaces d'ondes sont des sphères concentriques ;
- les **ondes planes** pour lesquelles les surfaces d'ondes sont des plans parallèles.

Dans un milieu isotrope, une source lumineuse ponctuelle émet des ondes sphériques, comme représenté ci-dessous. À grande distance de la source, la courbure des surfaces d'onde devient négligeable, on peut alors considérer qu'il s'agit d'une onde plane.



onde sphérique onde plane

En considérant une onde monochromatique de pulsation ω, de vecteur d'onde k et de phase à l'origine φ :

- la vibration scalaire de l'onde sphérique s'exprime en coordonnées sphériques :

$$s(M,t) = \frac{S_0}{r}\cos\phi(M,t) = \frac{S_0}{r}\cos\left(\omega\,t - k\,r + \varphi\right)$$

  elle présente une décroissance de son amplitude en $1/r$ due à l'étalement de l'énergie de l'onde au fur et à mesure de son éloignement de la source ;

- la vibration scalaire de l'onde plane à grande distance de la source s'exprime en coordonnées cartésiennes :

$$s(M,t) = S_0\cos\phi(M,t) = S_0\cos\left(\omega\,t - k\,x + \varphi\right).$$

On remarque qu'une vibration scalaire est uniforme uniquement si sa phase est constante, d'où on en déduit qu'une surface d'onde correspond à une **surface équiphase**.

II.3. Chemin optique

Dans un milieu homogène d'indice optique n, on définit le **chemin optique** d'un rayon lumineux se propageant en ligne droite d'un point A à un point B tel que :

$$\boxed{(AB) = n\,AB}$$



il correspond au produit de l'indice optique du milieu et de la distance parcourue par le rayon.

II.4. Déphasage dû à la propagation

Nous souhaitons exprimer la variation de la phase due à la propagation d'une onde le long d'un rayon lumineux en fonction du chemin optique ou de la durée de propagation.

Prenons l'exemple d'une onde plane progressive monochromatique (OPPM) de longueur d'onde dans le vide λ_0 qui est émise par une source ponctuelle située en O dans un milieu homogène d'indice optique n.



Un rayon lumineux passe successivement par les points A et B, où la phase de la vibration scalaire s'exprime :

$$\phi(A,t) = \omega\,t - k\,x_A + \varphi \qquad \text{et} \qquad \phi(B,t) = \omega\,t - k\,x_B + \varphi$$

avec :

$$k\,x_A = \frac{2\,\pi}{\lambda}\,OA = \frac{2\,\pi\,n}{\lambda_0}\,OA = \frac{2\,\pi}{\lambda_0}\,(OA)$$

et de même :

$$k\,x_B = \frac{2\,\pi}{\lambda_0}\,(OB)$$

d'où un déphasage dû à la propagation de l'onde entre ces deux points :

$$\Delta\phi = \phi(B,t) - \phi(A,t) = \frac{2\,\pi}{\lambda_0}\,[-(OB) + (OA)] = -\frac{2\,\pi}{\lambda_0}\,(AB)\,.$$

Sachant que la durée de propagation de l'onde entre ces deux points est :

$$\tau_{AB} = \frac{AB}{c} = \frac{n\,AB}{c_0} = \frac{(AB)}{c_0}$$

on peut également exprimer :

$$\Delta\phi = -\frac{2\,\pi}{\lambda_0}\,c_0\,\tau_{AB}.$$

En généralisant ces résultats à une onde quelconque, on peut montrer que le **déphasage dû à la propagation** entre deux points s'exprime :

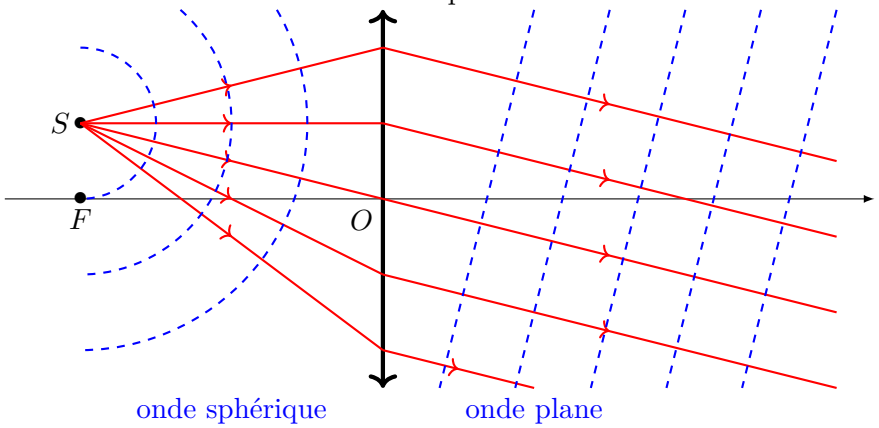
$$\boxed{\Delta\phi = -\frac{2\,\pi}{\lambda_0}\,(AB) = -\frac{2\,\pi\,c_0}{\lambda_0}\,\tau_{AB}}\,.$$

II.5. Théorème de Malus

On admet le **théorème de Malus** : « les surfaces d'onde sont perpendiculaires aux rayons lumineux dans un milieu isotrope ».

Application :

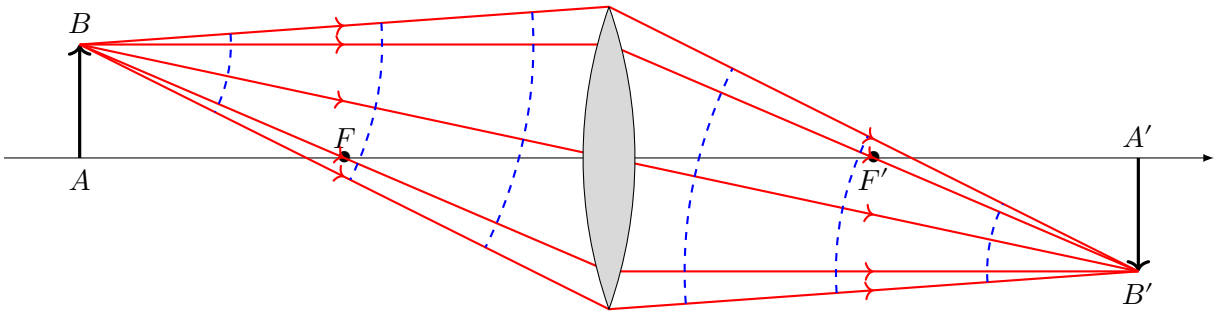
On place une source lumineuse ponctuelle S dans le plan focal objet d'une lentille convergente. Représentons la forme des surfaces d'onde avant et après la lentille à l'aide du théorème de Malus.



On représente d'abord les rayons lumineux qui forment une image à l'infini, puis les surfaces d'onde qui sont perpendiculaires aux rayons.

II.6. Conséquence du stigmatisme

On considère un système optique stigmatique, tel qu'une lentille convergente dans les conditions de Gauss par exemple, qui génère une image $A'B'$ à partir d'un objet AB. Les points A et A' sont alors conjugués entre eux, ainsi que les points B et B'. À partir du tracé des rayons lumineux, on peut en déduire la forme des surfaces d'onde avec le théorème de Malus.



On peut décrire ce système de deux façons :

- en terme de rayons lumineux, le système optique dévie les rayons lumineux provenant de B et les fait converger en B' ;
- en terme de surfaces d'onde, le système optique déforme les surfaces d'onde sphériques centrées en B qui sont ensuite centrées en B'.

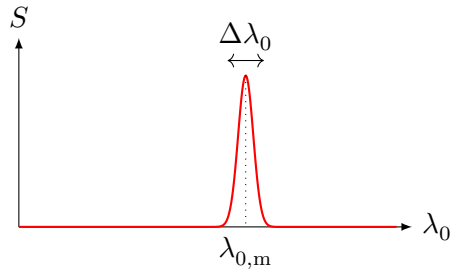
À l'aide des surfaces d'onde, on en déduit que tous les signaux lumineux émis par le point B à un certain instant, atteignent le point B' en même temps. On peut alors en conclure que le chemin optique (BB') entre ces points conjugués est identique quel que soit le rayon lumineux suivi.

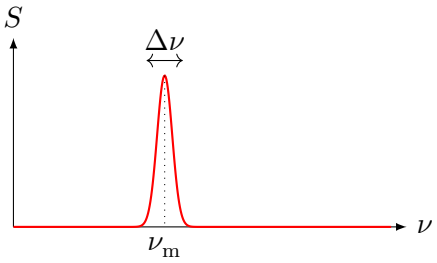
On peut comprendre qualitativement cette propriété en remarquant que les rayons passant au centre de la lentille parcourent une distance plus courte par rapport à ceux passant aux extrémités de la lentille, mais avec une partie plus importante dans le verre de la lentille dont l'indice optique est élevé, ce qui rallonge d'autant leurs chemins optiques.

III. Sources lumineuses et capteurs

III.1. Largeur spectrale d'une source lumineuse réelle

Une source lumineuse réelle n'est jamais parfaitement monochromatique. En effet, l'analyse de son spectre montre qu'elle présente toujours une certaine **largeur spectrale en longueur d'onde** $\Delta\lambda_0$ autour de la longueur d'onde moyenne $\lambda_{0,\mathrm{m}}$, et de façon équivalente une certaine **largeur spectrale en fréquence** $\Delta\nu$ autour de la fréquence moyenne ν_m.





Application :

Un laser hélium-néon présente une largeur spectrale en longueur d'onde $\Delta\lambda_0 = 2\,\mathrm{pm}$ autour de la longueur d'onde moyenne $\lambda_{0,\mathrm{m}} = 633\,\mathrm{nm}$ dans le vide.
Déterminons la largeur spectrale en fréquence $\Delta\nu$ de ce laser.

On exprime :

- la fréquence maximale du spectre : $\nu_{\max} = \dfrac{c_0}{\lambda_{0,\min}} = \dfrac{c_0}{\lambda_{0,\mathrm{m}} - \frac{\Delta\lambda_0}{2}}$;
- la fréquence minimale du spectre : $\nu_{\min} = \dfrac{c_0}{\lambda_{0,\max}} = \dfrac{c_0}{\lambda_{0,\mathrm{m}} + \frac{\Delta\lambda_0}{2}}$;

d'où on en déduit la largeur spectrale en fréquence :

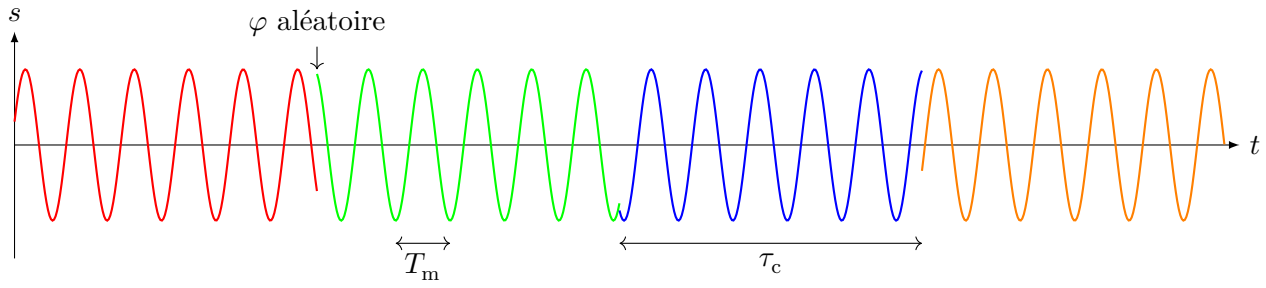
$$\Delta\nu = \nu_{\max} - \nu_{\min} = c_0 \left[\frac{\left(\lambda_{0,\mathrm{m}} + \frac{\Delta\lambda_0}{2}\right) - \left(\lambda_{0,\mathrm{m}} - \frac{\Delta\lambda_0}{2}\right)}{\left(\lambda_{0,\mathrm{m}} - \frac{\Delta\lambda_0}{2}\right)\left(\lambda_{0,\mathrm{m}} + \frac{\Delta\lambda_0}{2}\right)} \right] = \frac{c_0\,\Delta\lambda_0}{\lambda_{0,\mathrm{m}}^2 - \left(\frac{\Delta\lambda_0}{2}\right)^2},$$

soit : $\Delta\nu \approx \dfrac{c_0\,\Delta\lambda_0}{\lambda_{0,\mathrm{m}}^2}$ comme $\Delta\lambda_0 \ll \lambda_{0,\mathrm{m}}$, et on obtient : $\Delta\nu = 1\,\mathrm{GHz}$.

III.2. Modèle des trains d'onde

Pour expliquer l'origine physique de la largeur spectrale, on utilise le **modèle des trains d'onde** : une source lumineuse réelle de fréquence moyenne ν_{m} émet une suite de trains d'onde de durée τ_{c}, appelée **temps de cohérence**. Chaque train d'onde est constitué d'un grand nombre d'oscillations sinusoïdales de période $T_{\mathrm{m}} = \dfrac{1}{\nu_{\mathrm{m}}}$, et présente une phase à l'origine φ qui varie **aléatoirement** d'un train d'onde à l'autre.

On représente le signal lumineux $s(t)$ émis par une telle source dans le cadre de ce modèle :



On peut montrer à l'aide de l'analyse de Fourier que la largeur spectrale en fréquence d'une source est reliée au temps de cohérence de ses trains d'onde telle que :

$$\boxed{\tau_{\mathrm{c}}\,\Delta\nu = 1}.$$

Application :

Calculons le temps de cohérence d'un laser hélium-néon, puis le nombre d'oscillations sinusoïdales qui constituent un train d'onde émis par ce laser.

Le temps de cohérence d'un laser hélium-néon est : $\tau_c = \dfrac{1}{\Delta\nu} = 7.10^{-10}\,\text{s}$.

Comme un train d'onde est composé d'oscillations sinusoïdales de période $T_m = \dfrac{1}{\nu_m} = \dfrac{\lambda_{0,m}}{c_0}$, on en déduit le nombre d'oscillations qui le constituent : $N = \dfrac{\tau_c}{T_m} = \dfrac{\tau_c\, c_0}{\lambda_{0,m}} = 3.10^5$.

III.3. Intensité lumineuse mesurée par un capteur

La plupart des capteurs optiques sont sensibles à la puissance lumineuse qu'ils reçoivent par unité de surface, et on montrera en électromagnétisme que celle-ci est proportionnelle au carré du champ électrique de l'onde électromagnétique, c'est-à-dire au carré de sa vibration scalaire $s(M,t)$.

Chaque capteur est caractérisé par un **temps de réponse** τ_r qui correspond à la durée sur laquelle le capteur réalise une mesure. On donne quelques ordres de grandeur :

- $\tau_r = 0{,}1\,\text{s}$ pour un œil ;
- $\tau_r \sim 10^{-4}\,\text{s}$ pour un capteur CCD ;
- $\tau_r \sim 10^{-8}\,\text{s}$ pour une photodiode.

Comme $\tau_r \gg \tau_c \gg T_m$ pour tous ces capteurs, on en déduit qu'ils ne distinguent pas les différents trains d'onde reçus pendant une mesure, ni les oscillations sinusoïdales qui les constituent. Ils mesurent donc une puissance lumineuse moyenne reçue pendant une durée τ_r.

On définit l'**intensité lumineuse** $I(M)$, aussi appelé **éclairement**, comme la puissance moyenne reçue par unité de surface en un point M, et on admet que celle-ci s'exprime en fonction de la vibration scalaire $s(M,t)$ à l'aide de la moyenne :

$$\boxed{I(M) = \langle s^2(M,t) \rangle}.$$

Au cours des prochains chapitres, nous chercherons principalement à exprimer l'intensité lumineuse obtenue en sortie de différents dispositifs optiques.